Några uppgifter om de fyra räknesätten på komplexa tal på $a + bi$ -form

*Försök först lösa uppgifterna **utan miniräknare,** men använd gärna miniräknaren för att kontrollera dina svar!*

1. Låt $z_1 = 3 + 4i$ och $z_2 = 1 - 5i$.
Genomför nedanstående beräkningar.

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 - 2 \cdot z_2$

c) $z_1{}^2$

2. Genomför divisionerna:

$a)\ \dfrac{8 - i}{1 - 2i}$

$b)\ \dfrac{14 + 8i}{2 + 3i}$

3. Lös uppgiften ifrån det gamla NP nedan:

För två komplexa tal z_1 och z_2 gäller att:

- $z_1 \cdot z_2 = 7 + \mathrm{i}$
- $z_1 = 3 - \mathrm{i}$

Bestäm z_2 på formen $a + b\mathrm{i}$ (2/0/0)

4. För de två komplexa talen A och B gäller att
$A \cdot B = 20 - 9i$

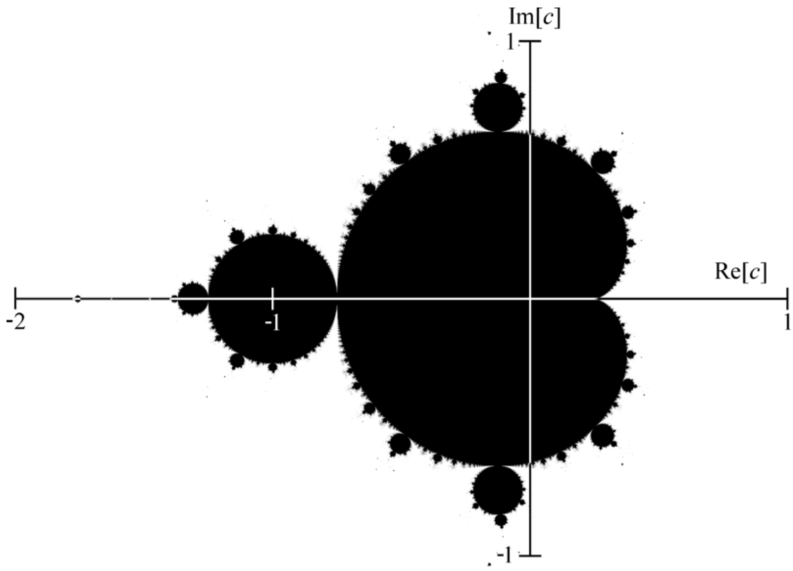
och
$\dfrac{20 - 9i}{B} = 3 - 2i$

Bestäm talen A och B

5. Bestäm konstanten k så att
$Im\left(\dfrac{15 + 10i}{ki}\right) = 1$

6. I den s.k. ”Mandelbrot-fraktalen” ingår de punkter, z, som ”inte sticker iväg” efter att beräknats enligt
$svaret^2 + z$
ett visst antal gånger.
Använd **din miniräknare** för att testa om nedanstående punkter ingår i ”Mandelbrot-fraktalen” eller inte.

a) $z = 1$
b) $z = -1$
c) $z = 0{,}5i$
d) $z = 0{,}8i$



FACIT - Några uppgifter om de fyra räknesätten på komplexa tal på $a + bi$ -form

1. a) $4 - i$

b) $1 + 14i$

c) $-7 + 24i$

2. a) Förläng med konjugatet till nämnaren $= (1 + 2i)$
Då fås svaret: $2 + 3i$

b) Samma princip som i a)-uppgiften.
$4 - 2i$

3.

Max 2/0/0

Godtagbar ansats, t ex anger att $z_2 = \dfrac{(7+\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($z_2 = 2 + \mathrm{i}$) +1 E_{PL}

4. $A = 3 - 2i$
$B = 6 + i$ (lös ut B och genomför divisionen)

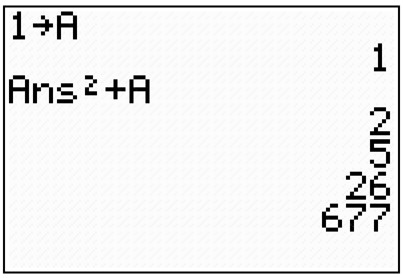
5. Förläng med i, vilket ger:

$$\frac{(15 + 10i) \cdot i}{ki^2} = \frac{-10 + 15i}{-k} = \frac{10 - 15i}{k}$$

Im-delen av detta tal är $\frac{-15}{k}$ som blir 1 om $k = -15$

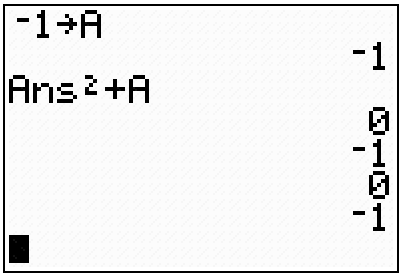
6. Lägg in talet som ska undersökas som ett minne, t.ex. minne A, och skriv sedan $Ans^2 + A$ och tryck på Enter många gånger.

a) $z = 1$



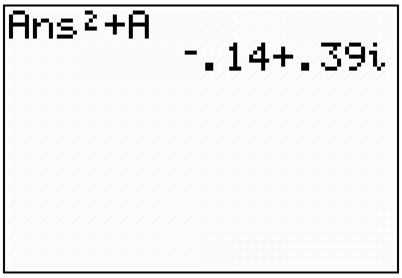
Det sticker iväg och $z = 1$ tillhör inte Mandelbrot.

b) $z = -1$



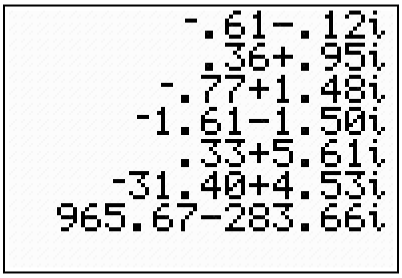
Svaret blir antingen 0 el. 1, och sticker aldrig iväg så $z = -1$ tillhör Mandelbrot.

c) $z = 0{,}5i$



Svaret stabilseras till slut och talet $z = 0{,}5i$ tillhör alltså Mandelbrot

d) $z = 0{,}8i$



Efter många upprepningar ser man att svaret skenar i väg och talet $z = 0{,}8i$ tillhör alltså inte Mandelbrot